Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Departamento: Matemáticas

Tipo de Actividad: Asignatura
Nombre: Análisis Funcional I (Mat 503)
Requisitos: Mat 405 o Mat 301
Co-requisitos:

Créditos: 5 por semestre
Intensidad Horaria: 4 h.s.

DESCRIPCIÓN DEL CURSO

En este curso estudiaremos los espacios vectoriales dotados de un producto escalar o producto interno ($x\sigma y$). Este producto escalar permite definir una norma $\tau x\tau = (x\sigma x)^{1/2}$, la cual dá lugar a la métrica $d(x\sigma y) = \tau x\text{-}y\tau$ Cuando el espacio métrico así definido es completo, diremos que el espacio vectorial dotado del producto escalar ($x\sigma y$) es un espacio de Hilbert. Los prototipos de los espacios de Hilbert de dimensión finita son ⌡^{n} con el producto escalar $(x/y)=\sum_{k=1}^{n} x_k y_k$ y □^{n} con el producto escalar $\left(x/y\right)=\sum_{k=1}^{n} x_k\overline{y_k}$. El prototipo de los espacios de Hilbert de dimensión infinita es $L^2(\Omega)$ (espacio de las funciones de cuadrado integrable de $\Omega \subseteq$⌡^{n} en □) con el producto escalar $\left(f/g\right)=\int_{\Omega} f(x)\overline{g(x)}dx$. Resaltaremos la importancia de los espacios de Hilbert en el estudio del teorema de Radon-Nikodym, las series de Fourier, la transformada de Fourier y los operadores hermitianos compactos.

OBJETIVOS GENERALES

1. Aportar elementos que amplíen la cultura matemática de los estudiantes mediante el estudio de los espacios vectoriales dotados de un producto escalar o producto interno.
2. Estudiar los espacios de Banach cuya norma es inducida por un producto escalar.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Identificar el prototipo de los espacios de Hilbert.
2. Estudiar los productos escalares en algunos espacios de Banach.
3. Resaltar la importancia de los espacios de Hilbert en el estudio de las series de Fourier y de la transformada de Fourier.

CONTENIDO DEL CURSO

CAPÍTULO I FORMAS EN ESPACIOS DE HILBERT

1.1 Formas bilineales.
1.2 Productos escalares.
1.3 Espacios prehilbertianos.
1.4 Espacios hilbertianos.

CAPÍTULO II PROYECCIONES EN ESPACIOS DE HILBERT

2.1 La proyección métrica en los espacios de Hilbert.
2.2 Ortogonalización.
2.3 proyecciones ortogonales.
2.4 El Teorema de representación de Riesz de formas lineales continuas en un espacio de Hilbert.

CAPÍTULO III BASES

3.1 Bases topológicas.
3.2 Bases ortonormales.
3.3 Sumas de espacios de Hilbert: suma directa, suma hilbertiana, suma vectorial de subespacios.

CAPÍTULO IV OPERADORES EN ESPACIO DE HILBERT

4.1 El operador adjunto u^*.
4.2 Operadores Hermitianos.
4.3 Operadores Unitarios.
4.4 Operadores acotados.

CAPÍTULO V TEORÍA ESPECTRAL EN ESPACIOS DE HILBERT

5.1 Teorema espectral para operadores hermitianos

METODOLOGÍA

El curso se puede desarrollar a través de exposiciones realizadas por los estudiantes

EVALUACIÓN

Sugerimos que además de la nota obtenida en las exposiciones se realicen tareas para la evaluación del curso debido al alto grado de dificultad que este presenta para ser evaluado con exámenes.

BIBLIOGRAFÍA

1. CONWAY, J. *A course in Functional analysis*. Springer-Verlag, 1985 Ficha 515.7 C767. Una copia de colección general.
2. DIEUDONÉ, J. *Fundamentos de Análisis Moderno*, editorial Reverté, Barcelona, 1976. Ficha: 515.7 D567. Una copia en colección general).
3. HALMOS, P. R. *Introduction to Hilbert Spaces*. Chelsea Publishing Company, 1957.
4. JOST, Jürgen. Postmoder Analysis. Springer-Verlag, Berlín, 1998.
5. REDDY, J. RASMUSSEN, M. Análisis Matemático Avanzado con Aplicaciones a Ingeniería y Ciencias. Limusa, Grupo Noriega Editores. México, 1992.
6. RESTREPO, Guillermo. Notas de Análisis Funcional. Universidad del Valle, en preparación.