



Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la
Educación

Departamento: Matemáticas

Tipo de Actividad: Asignatura

Créditos: 4 por semestre

Nombre: Espacios L_p (Mat 502)

Intensidad Horaria: 4 h.s.

Requisitos: Teoría de la medida e integración (Mat 501)

DESCRIPCIÓN DEL CURSO

Este curso está dirigido principalmente a los estudiantes de los programas de Matemáticas y Licenciatura en matemáticas.

Este es un curso avanzado en la línea de análisis real - teoría de las funciones. En los preliminares, se exponen importantes aspectos de la teoría de la medida y la integral de Lebesgue. El segundo capítulo se dedica al concepto de supremo esencial (*supvrai*) y la desigualdad de Holder, prestando especial atención a la exactitud de esta desigualdad, toda vez que este hecho se relaciona con la no existencia de funcionales lineales en algunos espacios L_p . En el tercer capítulo se exponen algunas aplicaciones de la desigualdad de Holder, incluyendo la desigualdad de Minkowsky. La completitud de los espacios L_p es estudiada en el capítulo cuarto., y en el quinto se presenta la desigualdad generalizada de Minkowsky. El capítulo opcional se dedicaría a la desigualdad de Hardy.

Del estudiante se requieren conocimientos sólidos de los cursos "Análisis I" e "Introducción a la Teoría de la Medida".

OBJETIVOS GENERALES

1. Estudiar rigurosamente las características principales de los espacios de funciones sumables según Lebesgue, identificándolos como un modelo clásico de los espacios de Banach.
2. Identificar las principales desigualdades integrales que tienen lugar en los espacios L_p .

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Fomentar el estudio del análisis y de la teoría de funciones.
2. Estudiar los principales métodos y propiedades de las funciones Lebesgue sumables.
3. Estudiar la exactitud de la desigualdad clásica de Holder y su relación con la existencia de funcionales lineales en L_p .
4. Distinguir ciertos tipos de convergencia en los espacios L_p , y su relación con la convergencia clásica.

CONTENIDO DEL CURSO

CAPÍTULO I PRELIMINARES (Integral de Lebesgue)

- 1.1 Funciones medibles según Lebesgue
- 1.2 Integrabilidad de funciones escalonadas
- 1.3 Integral de Lebesgue para funciones medibles
- 1.4 Propiedades de la integral de Lebesgue
- 1.5 Comparación de las integrales de Lebesgue y Riemann
- 1.6 Paso al límite en la integral de Lebesgue (teorema de Fatou y Bepo Levi)
- 1.7 Desigualdad de Chevishev y criterio de nulidad de la integral de Lebesgue

CAPÍTULO II ESPACIOS L_p

- 2.1 Definiciones y propiedades fundamentales
- 2.2 Supremo esencial. Funciones esencialmente acotadas
- 2.3 Desigualdad de Holder y sus aplicaciones
- 2.4 Exactitud de la desigualdad de Holder
- 2.5 Sobre la no existencia de funcionales lineales y no triviales en L_p , para $0 < p < 1$

CAPÍTULO III ALGUNAS APLICACIONES Y GENERALIZACIONES DE LA DESIGUALDAD DE HOLDER

- 3.1 Teorema de inclusión para distintos valores del parámetro p
- 3.2 Desigualdad multiplicativa
- 3.3 Desigualdad discreta de Holder
- 3.4 Desigualdad de Minkowsky

CAPÍTULO IV CONVERGENCIA EN L_p

- 4.1 Convergencia uniforme y convergencia en casi todas partes
- 4.2 Completitud de los espacios L_p

CAPÍTULO V DESIGUALDAD GENERALIZADA DE MINKOWSKY

- 5.1 Desigualdad generalizada de Minkowsky para series funcionales
- 5.2 Desigualdad generalizada de Minkowsky para integrales

CAPÍTULO VI DESIGUALDAD DE HARDY (OPCIONAL)

BIBLIOGRAFÍA

1. Real Analysis. Royden H.L. Second edition Macmillan publishing co., inc.1968 (part one 1-4)
2. Análisis real. Medida e integración. Piotr Lavréntevich Uliánov, Mijail Ivánovich Diáchenko MGU. Adison Wesley, Madrid, 2000
3. Teoría de la medida Jesús María Rios Aliaga 17.04.02
4. Teoría de las funciones de variable real. Natanson I. P. Segunda edición. Editorial Nauka. Moscú. 1957
5. Teoría de la integración. Guillermo Restrepo. Programa Editorial Universidad del Valle. 2004
6. Elementos de la teoría de funciones y del análisis funcional. Kolmogorov A:N: , Fomin. Editorial MIR, Moscú. 1972.
7. Espacios Funcionales. Espacios L_p . Burenkov V. I. Editorial UDN, Moscú, 1980
8. Espacios Funcionales. Desigualdades integrables fundamentales, relacionadas con los Espacios L_p . Burenkov V. I. Editorial UDN, Moscú, 1980
9. Problemas y ejercicios del análisis matemático. B. P: Demidovich. Editorial MIR, Moscú. 1985.