



Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Departamento: Matemáticas

Tipo de Actividad: Asignatura

Créditos: 4 por semestre

Nombre: Espacios Vectoriales (Mat 421)

Intensidad Horaria: 4 h.s.

Requisitos: Mat 322

Co-requisitos:

DESCRIPCIÓN DEL CURSO

En diferentes ramas de la Matemática se presentan conjuntos donde tiene sentido y resulta interesante considerar las "*combinaciones lineales*" de los elementos de dichos conjuntos. Por ejemplo, en los sistemas de ecuaciones lineales, se encontró natural considerar combinaciones lineales de las columnas de una matriz. El estudio de los espacios vectoriales es importante por el hecho de que existen muchos modelos en los que las soluciones de problemas específicos resultan ser Espacios Vectoriales.

Para comenzar se tratan conceptos básicos elementales como subespacios, dependencia lineal, base, dimensión, homomorfismos. Este último, es un concepto íntimamente ligado a Espacios Vectoriales. Continuamos con el Estudio del Espacio Dual que es el conjunto de todos los homomorfismos de V en W ($\text{Hom}(V,W)$), el cual forma un Espacio Vectorial sobre un Campo F . Generalizamos el concepto de producto interior a Espacios Vectoriales Reales o Complejos para poder generalizar Longitud de un Vector. Angulo entre vectores, ortogonalidad, proyecciones ortogonales, espacio ortogonal y procesos de ortogonalización.

Continuamos con una clase especial de funciones llamadas *transformaciones lineales*, álgebra de Transformaciones lineales; polinomio característico, valores y vectores propios, triangulación; diagonalización de matrices y formas cuadráticas, el estudio de algunas transformaciones especiales como la Transformación nilpotente, unitaria y definida positiva.

OBJETIVOS GENERALES

Generalizar los conceptos básicos del Álgebra Lineal como son Espacios Vectoriales y Transformaciones Lineales, con la ayuda de tópicos del Álgebra Abstracta.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Buscar una generalidad en el planteamiento y desarrollo de los conceptos del Análisis Matemático mediante la aplicación de los métodos axiomáticos.
2. Posibilitar al estudiante un desarrollo natural en el Análisis moderno.
3. Perfeccionar, reforzar y profundizar los conocimientos sobre el sistema de los números reales, los conceptos de límite, continuidad y derivada de una función real, adquiridos en otros cursos.
4. Destacar la importancia de las propiedades topológicas del espacio euclidiano \mathfrak{R}^n .

CAPÍTULO I CONCEPTOS BÁSICOS DE ESPACIOS VECTORIALES

- 1.1 Espacios vectoriales.
- 1.2 Subespacios.
- 1.3 Independencia Lineal.
- 1.4 Base y dimensión.
- 1.5 Espacios Duales.
- 1.6 Suma directa de espacios.
- 1.7 Homomorfismo entre espacios.
- 1.8 Espacio cociente.

CAPÍTULO II ESPACIOS CON PRODUCTO INTERNO

- 2.1 Producto interno.
- 2.2 Norma de un vector.
- 2.3 Ángulo entre vectores.
- 2.4 Espacio Ortogonal.
- 2.5 Proceso de Ortogonalización.
- 2.6 Aplicaciones: series de Fourier.

CAPÍTULO III TRANSFORMACIONES LINEALES Y MATRICES

- 3.1 Transformaciones lineales.
- 3.2 Álgebra de transformaciones Lineales.
- 3.3 Representación de transformaciones por matrices.
- 3.4 Álgebra de matrices.

CAPÍTULO IV FORMAS CANÓNICAS ELEMENTALES

- 4.1 Valores y vectores propios.
- 4.2 Polinomio mínimo.
- 4.3 Triangulación y diagonalización de matrices.
- 4.4 Transformaciones nilpotentes y formas canónicas de Jordan.
- 4.5 Determinantes

CAPÍTULO V OPERADORES SOBRE ESPACIOS CON PRODUCTO INTERNO.

- 5.1 Transformaciones adjuntas y unitarias.
- 5.2 Operadores normales. Formas positivas y cuadráticas.
- 5.3 Transformaciones definidas positivas.

BIBLIOGRAFÍA

1. ENNETH, Hoffman., KUNZE, Ray. *Álgebra lineal* . Prentice Hall
2. HERSTEIN, N. *Álgebra moderna*. Editorial Trillas
3. RESTREPO, Guillermo. *Introducción al Álgebra Lineal*. Universidad del Valle. 1995