



Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Departamento: Matemáticas

Tipo de Actividad: Asignatura

Créditos: 4 por semestre

Nombre: Teoría de la Probabilidad (Mat 232)

Intensidad Horaria: 4 h.s.

Requisitos: Mat 201

Co-requisitos: Mat 202

## INTRODUCCIÓN

Opiniones de individuos, reacción del organismo de una persona ante un tratamiento médico, producción de una máquina, vida útil de un aparato electrónico, errores de medición en los laboratorios, previsión de accidentes de tránsito, comportamiento del clima en una determinada región, son, entre otros, ejemplos de situaciones de la vida cotidiana en donde es prácticamente imposible establecer con seguridad cuál va a ser la respuesta a obtener (comportamientos aleatorios). Este curso de probabilidad está diseñado con el fin de presentar los conceptos fundamentales para cualquier tipo de estudio en donde sea necesario considerar fenómenos de tipo aleatorio.

## DESCRIPCIÓN DEL CURSO

El curso se inicia con los conceptos básicos, y en el ámbito elemental, de sigma álgebra de conjuntos y de espacio medible, enfatizando en la colección de borelianos sobre  $\mathbb{R}^n$ . De manera natural se muestran las diferentes nociones de probabilidad, su caracterización como una medida y las propiedades fundamentales derivadas de su presentación axiomática. Los resultados sobre probabilidad condicional, el teorema de probabilidad total, el procedimiento de actualización de probabilidades mediante la fórmula de Bayes y la noción de independencia estocástica son los conceptos a destacar inmediatamente, previos a la consideración del elemento central en el estudio de la teoría de la probabilidad: el concepto de variable aleatoria, junto con el de su distribución de probabilidad. Las distribuciones de probabilidad más conocidas se presentan con gran detalle y finalmente se realiza una rápida introducción al concepto de vector aleatorio y los diferentes tipos de distribuciones de probabilidad determinadas por un vector aleatorio.

## OBJETIVO GENERAL

Conocer de manera detallada y rigurosa los conceptos básicos de la teoría de la probabilidad.

## OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Estudiar los conceptos fundamentales en Teoría de la Probabilidad a partir de los conceptos de espacio y función medible.
2. Analizar las diferentes técnicas de conteo en espacios muestrales finitos.
3. Entender el concepto de variable aleatoria y su correspondiente distribución de probabilidad. Interpretar los conceptos de esperanza matemática y varianza de una variable aleatoria.
4. Conocer, caracterizar y utilizar con claridad algunos modelos probabilísticos discretos y continuos.

## CONTENIDO:

### CAPÍTULO I. ELEMENTOS DE TEORÍA DE CONJUNTOS.

- 1.1 La noción de álgebra de conjuntos.
- 1.2 La noción de sigma álgebra de conjuntos.
- 1.3 La sigma álgebra de Borel en  $\mathbb{R}^n$ .
- 1.4 Límite de una sucesión monótona de conjuntos.

### CAPÍTULO II. CONCEPTOS BÁSICOS DE PROBABILIDAD.

- 2.1 Fenómenos determinísticos y no determinísticos, experimentos aleatorios y modelos probabilísticos.
- 2.2 Espacio muestral y eventos.
- 2.3 Las diferentes nociones de probabilidad: uniforme, frecuentista, subjetivista, etc.
- 2.4 Definición axiomática de probabilidad. Propiedades.
- 2.5 Espacios muestrales finitos.
- 2.6 Elementos básicos de análisis combinatorio.
- 2.7 Probabilidad condicional.
- 2.8 Independencia estocástica.
- 2.9 Probabilidad total.
- 2.10 Fórmula de Bayes.

### CAPÍTULO III. VARIABLES ALEATORIAS.

- 3.1 Introducción.

- 3.2 Concepto de variable aleatoria y su distribución de probabilidad.
- 3.3 Función de distribución de probabilidad acumulada y función de densidad de probabilidad de una variable aleatoria.
- 3.4 Variables aleatorias discretas.
- 3.5 Variables aleatorias continuas.
- 3.6 Valor esperado, varianza y momentos.
- 3.7 La función generatriz de momentos de una variable aleatoria.

#### CAPÍTULO IV DISTRIBUCIONES ESPECIALES DE PROBABILIDAD.

- 4.1 Distribuciones: Bernoulli, Binomial, Geométrica, Binomial negativa, Hipergeométrica, Poisson, Exponencial, Uniforme, Normal, Beta, Gamma.
- 4.2 Desigualdad de Chebyshev.
- 4.3 Teorema central del límite.

#### CAPÍTULO V FUNCIONES DE VARIABLES ALEATORIAS.

- 5.1 Distribución de  $Y = g(X)$ .
- 5.2 Caso discreto y caso continuo.
- 5.3 Distribución Chi - cuadrado.

#### CAPÍTULO VI VECTORES ALEATORIOS.

- 6.1 Introducción.
- 6.2 Variables aleatorias bidimensionales.
- 6.3 Función de distribución conjunta.
- 6.4 Función de densidad de probabilidad conjunta.
- 6.5 Distribuciones marginales y condicionales.
- 6.6 Variables aleatorias independientes.
- 6.7 Valor esperado de una función de dos variables aleatorias.
- 6.8 Covarianza.
- 6.9 Coeficiente de correlación
- 6.10 Generalización para variables aleatorias n dimensionales.
- 6.11 Distribución conjunta de dos funciones de dos variables aleatorias: caso discreto y caso continuo.
- 6.12 Distribución t de Student.
- 6.13 Distribución F de Snedecor.

#### BIBLIOGRAFIA:

1. Meyer, Paul L. *Probabilidad y aplicaciones Estadísticas*. Segunda edición. Addison Wesley Iberoamericana S.A., México, 1998.
2. Montoya, Luis E. *Elementos básicos para un primer curso en Probabilidad*. Universidad del Cauca. Popayán, 1990.
3. Chung, Kai Lai. *Teoría Elemental de la Probabilidad y de los procesos estocásticos*. Reverté, Nueva York, 1983.
4. Mendenhall, W.; Scheffer, R.L.; Wackerly, D.D. *Estadística Matemática con Aplicaciones*. Grupo Editorial Iberoamericano, México, 1986.
5. Morris H., DeGroot. *Probabilidad y estadística*, Addison Wesley Iberoamericana S.A. México, 1986.
6. Murray, Spiegel; Schiller, John y Srinivasan, R. *Probabilidad y estadística*. Segunda edición. McGraw-Hill, Bogotá, 2001.
7. Ross, Sheldon. *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*. Segunda edición. McGraw Hill, México, 2001.
8. Parzen, E. *Teoría moderna de probabilidades y sus aplicaciones*. LIMUSA, México, 1971.
9. Ross, Sheldon. *A first course in probability*. Macmillan Publishing Co. Inc., Nueva York, 1976.
10. Ross, Sheldon. *Introducción to probability models*. Tercera edición. Academic Press, Inc., Orlando, Florida, 1985.
11. Feller, William. *Introducción a la Teoría de Probabilidad y sus aplicaciones*. Vol. 1 y 2, Tercera edición. Limusa, México, 1986.
12. James, Barry R. *Probabilidade: um curso em nível intermediário*. Segunda edición. Instituto de Matemática Pura y Aplicada (IMPA), Rio de Janeiro, 1996.
13. Mood, A.; Graybill, F. y Boes, D. *Introduction to the Theory of Statistics*. Tercera edición. McGraw-Hill, Tokyo, 1974.
14. Roussas, George G. *A first course in mathematical statistics*. Addison-Wesley Publishing Company, 1973.