



Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Departamento: Matemáticas

**Tipo de Actividad:** Asignatura

**Créditos:** 5 por semestre

**Nombre:** Topología General (Mat 511)

**Intensidad Horaria:** 4 h.s.

**Requisitos:** Mat 405

## DESCRIPCIÓN

¿En qué se parecen una dona y un pocillo de una sola oreja?. Aparentemente en nada. Si planteamos el problema a un geómetra "clásico", el iría con su metro a tomar medidas y no encontraría la similitud aunque que se le diera la posibilidad de elegir los tamaños de estos dos objetos. Por el contrario, al aproximarse desde el punto de vista topológico, se encontrará que estos dos objetos poseen una cualidad común muy importante: diremos que comparten una propiedad topológica. Así que la topología se ocupa más de las propiedades cualitativas que de las propiedades métricas de los objetos. Esto no quiere decir que en topología esté prohibido tomar medidas, pues en los cursos de análisis por ejemplo, se hace topología permanentemente. Más bien se tiene que la topología está libre de la restricción consistente en resolver los problemas exclusivamente con procesos de medición y se concentra en el estudio de las propiedades topológicas de las figuras, como también en las transformaciones topológicas y las transformaciones continuas de las figuras geométricas. A pesar de ser este un curso meramente introductorio, se podrá apreciar como la topología hace un fuerte uso de la teoría de conjuntos, para generalizar los conceptos más fundamentales del análisis, que ahí son presentados haciendo énfasis en los aspectos métricos y numéricos.

## OBJETIVO GENERAL

Hacer una primera aproximación a la topología general, de manera que el estudiante esté preparado para afrontar la amplia gama de tópicos avanzados y especializados de las matemáticas, que requieren de la topología para resolver sus problemas específicos.

## OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Formulación matemática del concepto de proximidad.
2. Definición de espacio topológico en términos de abiertos, cerrados o en términos de entornos.
3. Establecer la noción de convergencia sobre un subconjunto de un espacio topológico.
4. Dar una definición rigurosa de continuidad a partir de la noción de proximidad y del concepto de propiedad topológica.
5. Caracterizar las propiedades topológicas en términos de bases de entornos o bases de abiertos.
6. Definir una clase de espacios tales que sus propiedades se caractericen por convergencia de funciones.
7. Mostrar que cualquier familia de subconjuntos de un cierto conjunto  $X$ , cuya unión sea  $X$ , determina de manera única una topología para  $X$ .
8. Dada una estructura topológica sobre un conjunto, estudiar la estructura topológica relativa sobre un subconjunto.
9. Caracterizar la estructura topológica para un producto de espacios topológicos dados.
10. Estudiar propiedades topológicas tales como: conexidad, separabilidad, normalidad, compacidad, espacios  $T_0$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  (Hausdorff), regulares, seudometrizables, metrizables.

## CONTENIDO

CAPÍTULO I INTRODUCCIÓN

- 1.1 El objeto de la Topología. Propiedad topológica.
- 1.2 Superficies: esfera, toro, banda de Mobius, botella de Klein.
- 1.3 Variedades. Espacios de fase.
- 1.4 Método combinatorio. Triangulación.
- 1.5 El papel de la Topología en las matemáticas.
- 1.6 Construcción de espacios topológicos.
- 1.7 Espacios topológicos bien conocidos: espacio euclidiano n-dimensional, espacio de Hilbert, espacios discretos, espacios lineales, espacios de funciones.

## **CAPÍTULO II ESPACIOS TOPOLÓGICOS**

- 2.1 Espacios (seudo) métricos y el concepto de espacio topológico.
- 2.2 Algunas relaciones de proximidad. Definiciones equivalentes de espacio topológico.
- 2.3 El concepto de convergencia.
- 2.4 El concepto de función continua.
- 2.5 Bases de entornos y bases de abiertos.

## **CAPÍTULO III CONSTRUCCIÓN DE ESPACIOS TOPOLÓGICOS**

- 3.1 Generación de una topología por un recubrimiento.
- 3.2 Subespacios topológicos.
- 3.3 Productos topológicos.
- 3.4 Espacios cociente (opcional).

## **CAPÍTULO IV ALGUNAS PROPIEDADES TOPOLÓGICAS FUNDAMENTALES**

- 4.1 Espacios conexos por caminos y espacios conexos.
- 4.2 Espacios compactos.
- 4.3 El teorema de Tychonoff.

## **METODOLOGÍA**

El curso será desarrollado principalmente con base en clases magistrales, pero se espera que el estudiante formule muchos interrogantes tanto en clase como en el horario de consulta.

## **EVALUACIÓN**

El tipo de evaluación y la respectiva ponderación deben ser concertadas, el primer día de clase, con los estudiantes y teniendo en cuenta el reglamento estudiantil de la universidad del Cauca.

## **BIBLIOGRAFÍA**

1. ALEKSANDROV A.D., KOLMOGOROV A.N., LAVRENT'EV M.A. *Mathematics, its content, methods, and meaning*. The M.I.T. Press. Cambridge, Massachusetts. 1969.
2. AYALA R., DOMINGUEZ E., QUINTERO A. *Elementos de la Topología General*. Addison-Wesley Iberoamericana. Madrid. 1997.
3. BOURBAKI N. *General Topology*. Hermann. Volumen I y II.
4. HOCKING J.G., YOUNG G.S. *Topología*. Reverté.
5. JANICH Klaus. *Topology*. Springer Verlag.
6. KELLEY J.L. *General Topology*. Van Nostrand.
7. MUNKRES James R. *Topology, a first course*. Prentice-Hall. New Jersey. 1975.