



Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la  
Educación

Departamento: Matemáticas

**Tipo de Actividad:** Asignatura

**Créditos:** 4 por semestre

**Nombre:** Variable Compleja (Mat 302)

**Intensidad Horaria:** 4 h.s.

**Requisitos:** Mat 202

## OBJETIVOS GENERALES

1. Generalizar conceptos básicos del cálculo real al plano complejo y presentar la correspondiente fundamentación matemática de la teoría de las funciones de una variable compleja.
2. Orientar la materia de manera que los interesados puedan hacer aplicaciones a conducción de calor, potencial electrostático y flujo de fluidos, entre otras.

## CONTENIDO

### CAPÍTULO I NÚMEROS COMPLEJOS Y EL PLANO COMPLEJO

- 1.1 La unidad imaginaria y el cuerpo de los números complejos
- 1.2 Representación geométrica de un número complejo e isomorfismo con el plano cartesiano y el conjunto de vectores libres
- 1.3 Módulo de un complejo, concepto de distancia en el plano complejo y conjugado de un complejo
- 1.4 Forma polar de un complejo: potencia entera y racional de un complejo.
- 1.5 Conceptos topológicos en el plano complejo: bolas, conjuntos abiertos y cerrados, conjuntos conexos, frontera, dominio, región, regiones acotadas, conjuntos compactos, puntos de acumulación.

### CAPÍTULO II FUNCIONES DE UNA VARIABLE COMPLEJA

- 2.1 Definición de función de una variable compleja. Plano  $z$  y Plano  $w$ . La función como una transformación del plano  $z$  al plano  $w$ .
- 2.2 Las transformaciones:  $w = a z$ ,  $w = z + b$ ,  $w = 1/z$ ,  $w = a z + b$ ,  $w = (a z + b) / (c z + d)$  y sus interpretaciones geométricas
- 2.3 Las funciones elementales: la función exponencial, funciones trigonométricas, funciones hiperbólicas, exponentes complejos, las funciones elementales inversas (funciones univalentes y multivalentes), puntos de ramificación y corte.
- 2.4 La función compuesta. Interpretación de las funciones elementales como transformaciones del plano  $z$  al plano  $w$  (imágenes de regiones del plano  $z$  o del plano  $w$ ).

### CAPÍTULO III LÍMITE Y CONTINUIDAD DE FUNCIONES

- 3.1 Definición de límite de una función y el teorema de unicidad del límite.
- 3.2 Álgebra de límites. Descomposición en parte real y parte Imaginaria.
- 3.3 El plano complejo ampliado. Límites infinitos.
- 3.4 Continuidad de una función y propiedades.

### CAPÍTULO IV DERIVADA DE UNA FUNCIÓN

- 4.1 Definición de derivada, funciones derivables.
- 4.2 Álgebra de derivadas, regla de la cadena y derivada de la función inversa.
- 4.3 Condiciones de Cauchy – Riemann y funciones analíticas.
- 4.4 Funciones armónicas, la ecuación de Laplace.

## **CAPÍTULO V      INTEGRALES**

- 5.1 Funciones de una variable real de valor complejo: límite, continuidad, derivada e integral de estas funciones.
- 5.2 Caminos, longitud de arco, parametrización y contornos.
- 5.3 Integrales de línea y sus propiedades, primitiva de una función e independencia del camino. Integración por sustitución y por partes.
- 5.4 Teorema de Cauchy –Goursat.
- 5.5 La fórmula integral de Cauchy, derivadas de funciones analíticas.
- 5.6 Teoremas de Liouville y de Morera.
- 5.7 Módulo máximo y principio del módulo máximo.
- 5.8 Teorema fundamental del álgebra.

## **CAPÍTULO VI      SUCESIONES Y SERIES**

- 6.1 Sucesiones y límites de sucesiones. Series y convergencia absoluta.
- 6.2 Serie geométrica, de Taylor y de Laurent, puntos singulares.
- 6.3 Convergencia de las series de potencia, convergencia uniforme.
- 6.4 Derivada e integral de una serie de potencias, teorema de unicidad de la representación en serie.
- 6.5 Suma, multiplicación y división de series.

## **CAPÍTULO VII      RESIDUOS Y POLOS**

- 7.1 Residuos, el teorema de los residuos.
- 7.2 Parte principal de una función, polos, polos de orden  $m$ , punto singular aislado, punto singular esencial.
- 7.3 Residuos en los polos y cálculo de integrales reales.

## **CAPÍTULO VIII      TRANSFORMACIONES CONFORMES**

- 8.1 Definición de transformaciones conformes y propiedades.
- 8.2 Aplicaciones de las transformaciones conformes: temperaturas estacionarias, potencial electrostático y flujo de un fluido.

## **EVALUACIÓN**

El tipo de evaluación y la respectiva ponderación deben ser concertadas, el primer día de clase, con los estudiantes y teniendo en cuenta el reglamento estudiantil de la universidad del Cauca.

## **BIBLIOGRAFÍA**

1. RUEL V. Churchill y James Ward Brown, *Variable Compleja y Aplicaciones*. McGraw-Hill, 5 ed. 1.992. (texto guía).
2. WUNSCH David, *Variable Compleja con Aplicaciones* de A. Addison Wesley Iberoamericana, S.A., Wilmington, 1997. Delaware E.U. A.
3. REDHEFFER Levinson, *Curso de Variable Compleja*, editorial Reverté, S.A., 1975.